Министерство науки и высшего образования

Российской Федерации

Федеральное Государственное

Автономное Образовательное Учреждение

Высшего Образования

Национальный ядерный университет «МИФИ»

Кафедра: «Финансовый мониторинг»

Домашнее задание № 2

По курсу

«Теория принятия решений»

Студент Монастырский М. О.

Группа С21-703

Проверил: Макаров В.В

Москва 2024г.

***Дано:***

08: (0,3,9), (4,0,3), (4,8,6), (5,2,15), (8,7,2), (1,8,3)

***Отношение Парето***

(обозначается символом *P*) задается следующим образом. Пусть ***a*** и ***b*** – любые две точки в пространстве *Em*. Тогда

***a****P****b*** *↔* (*ai* ≥ *bi*, *i* = 1, …, *m*) и (∃*j*: *aj* > *bj*),

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

*r* = . матрицей бинарного отношения *R*

**Шаг 2:**

2)В матрице r имеется четыре столбца, состоящих из одних нулей – 1-ый, 3-ий, 4-ый и 5-ый. Таким образом, вектор u = (1, 3 ,4 ,5); d = 4.

**Шаг 3:**

Так как *d* ≠ 0, то переходим на этап 4.

**Шаг 4:**

Положим Ω*P* = {*x*1, *x*3, *x*4, *x*5} = {(0,3,9), (4,8,6), (5,2,15), (8,7,2)}

**Ответ:** (0,3,9), (4,8,6), (5,2,15), (8,7,2).

***Мажоритарное отношение*** (обозначается символом M) задается следующим образом. Пусть **a** и **b** – любые две точки в пространстве Em. Тогда **aMb** ↔ больше половины координат у альтернативы **a** строго больше одноименных (т.е. тех же самых) координат у альтернативы **b**.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Шаг 1:**

*r*= . матрицей бинарного отношения *R*

**Шаг 2:**

В матрице нет столбцов, содержащих только нули. Получаем: *d* = 0.

**Шаг 3:**

Если *d* = 0, это означает, что недоминируемых элементов по отношению *R* в данном множестве Ω нет, т. е. множество Ω*R* пусто. Алгоритм прекращает работу.

**Ответ:** пустое множество.

***Отношение Z-оптимальности*.**

Не давая общего рекуррентного определения, дадим для простоты описание этого отношения только в трехмерном случае (*m* = 3). Пусть ***a*** и ***b*** – любые две точки в пространстве *E*3. Тогда ***a****Z****b*** *↔* тогда и только тогда, когда (*a*1>*b*1) и [(*a*2>*b*2 или *a*3>*b*3)]. В данном случае первый критерий является более важным, чем равноценные между собой второй и третий критерии.

**Шаг 1:**

*r*=

**Шаг 2:**  
В матрице *r* имеется один столбец, состоящий из одних нулей – 5-ый. Таким образом, вектор *u* = (5); *d* = 1.

**Шаг 3**:  
 Так как *d* ≠ 0, то Ω*P* = { *x*5} = {(8,7,2)}

**Ответ:** (8,7,2).

Идея **метода идеальной точки** состоит в том, что в 1-ом случае в качестве лучшей альтернативы выбирается сама точка , а во 2-ом случае – точка из множества *А*, ближайшая к точке . Если же таких точек несколько, то в качестве оптимальных или лучших выбираются все такие точки.

Обозначим расстояние между точкой *x* и точкой через ρ(*x*,). Таким образом, метод идеальной точки сводится к решению задачи минимизации на множестве *А* числовой функции ρ(*x*,). Поскольку расстояние ρ(*a*,*b*) = , то данная задача эквивалентна задаче минимизации квадрата расстояние ρ2(*x*,), которая не требует извлечения квадратного корня.

(0,3,9), (4,0,3), (4,8,6), (5,2,15), (8,7,2), (1,8,3)

**Шаг 1:**

**Найдем нормированное множество *А*.**   
С помощью формул:

= (*i* = 1, ..., *N*; *j* = 1, ..., *m*),

где = , = (*j* = 1, ..., *m*).

= = min{0,4,4,5,8,1} = 0, и = = mах{0,4,4,5,8,1} = 8.

Аналогично,

= = min{3,0,8,2,7,8} = 0, и = = mах{3,0,8,2,7,8} = 8;

= = min{9,3,6,15,2,3} = 2, и = = mах{9,3,6,15,2,3} = 15.

Далее, = 8, = 8, = 13. В соответствие с формулой (4),

= = , = = , = = , = = , = = , = = ;

= = , = = , = =1, = = , = = , = = 1;

= = , = = , = = , = =1, = =0, = = ;

В результате получаем *A* = {(,,), (,,), (,,), (,,), (,,), (, 1,)}.

**Шаг 2:**  
Для каждой точки *x*∈*А* требуется **найти квадрат расстояния между точкой *x* и идеальной точкой = (1, 1, 1)** и затем выбрать точку, для которой эта величина минимальна. Для произвольной точки *x* имеем

ρ2(*x*,) = (*x*1 – 1)2 + (*x*2 – 1)2 + (*x*3 – 1)2.

Подставляя в это выражение каждую из 6 точек из множества *А*, получаем

ρ2(*x*1,) = ( – 1)2 + ( – 1)2 +( – 1)2 ≈ 1,60364;

ρ2(*x*2,) = ( – 1)2 + ( – 1)2 +( – 1)2 ≈ 2,10207;

ρ2(*x*3,) = ( – 1)2 + ( – 1)2 + ( – 1)2 ≈ 0,72929;

ρ2(*x*4,) = ( – 1)2 + ( – 1)2 + ( – 1)2 ≈ 0,703125;

ρ2(*x*5,) = ( – 1)2 + ( – 1)2 + ( – 1)2 ≈ 1,015625;

ρ2(*x*6,) = (– 1)2 + (1 – 1)2 +( – 1)2 ≈ 1,6177.

Таким образом, ближайшей к идеальной точке является точка *x*4. Именно эта точка и определяется как решение в методе идеальной точки. Соответствующая исходная точка (до нормализации) равна (5,2,15).

**Ответ:** (5,2,15)

**Принцип максимина (гарантированного результата)**.

Сравниваются все координаты (оценки по критериям) у одной альтернативы. Из них выбирается самая худшая (самая маленькая) оценка. Среди всех альтернатив выбираются те, у которых эта худшая оценка максимальна.

Конечно, предварительно требуется сделать нормализацию

Нормированное множество  
 *A* = {(,,), (,,), (,,), (,,), (,,), (, 1,)}

**Шаг 1:**

Найдем для каждой из точек минимальную координату. Обозначим ее через *Мi* (*i* – это номер точки). Получим:

*М*1 =, *М*2 = , *М*3 = , *М*4 = , *М*5 = , *М*6 =

**Шаг 2:**

Таким образом, принцип гарантированного результата рекомендует выбрать альтернативу *x*3. Ее минимальная координата *М*3 = , что больше, чем у любой другой точки.

**Ответ**: (4,8,6).

***Правило Коупленда***

Для любой альтернативы *x*Ω положим

*K*(*x*) = **|***xR***|** ‒ **|***Rx***|**,

где, как обычно, через **|***A|* обозначено число элементов конечного множества *A*. Понятно, что указанную числовую функцию нетрудно определить по любому заданному бинарному отношению *R*. Правило Коупленда состоит в том, что в качестве оптимальных выбираются альтернативы, максимизирующую эту функцию.

**Шаг 1:**

Будем считать, что на данном множестве задано бинарное отношение Z-оптимальности. В пункте 3 найдена матрица *r* для этого бинарного отношения:

*r*=

**Шаг 2:**  
Подсчитывая разницу между числом единиц в *i*-ой строке и числом единиц в *i*-ом столбце матрицы *r*, получим для соответствующих альтернатив:

*K*(0,3,9)=0 – 4= –4;  
 *K*(4,0,3)= 0 – 2 = –2;

*K*(4,8,6) = 2 – 1 = 1;

*K*(5,2,15) = 4 – 1 = 3;

*K*(8,7,2) = 3 – 0 = 3;

*K*(1,8,3) = 1 – 2 = – 1

Таким образом, в данном случае выбор по правилу Коупленда состоит из альтернатив *х*4 = (5,2,15) и *х*5 = (8,7,2), на которой функция *K*(*x*) принимает максимальное значение 3.

**Ответ:** *х*4 = (5,2,15) и *х*5 = (8,7,2).

**Таблица результатов:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ИСХОДНЫЕ АЛЬТЕРНАТИВЫ:**  *x*1 = (0,3,9), *x*2 = (4,0,3), *x*3 = (4,8,6), *x*4 = (5,2,15), *x*5 = (8,7,2), *x*6 = (1,8,3) | | | | | |
| **Парето- оптимальные** | **Мажоритарно оптимальные** | **Z-оптималь-ные** | **Идеальная**  **точка** | **Гарантиро-ванный**  **результат** | **Правило**  **Коупленда** |
| (0,3,9), (4,8,6), (5,2,15), (8,7,2). | пустое множество | (8,7,2) | (5,2,15) | (4,8,6) | (5,2,15), (8,7,2) |

Таким образом, получаем, что по трем правилам выбираются альтернативы (5,2,15) и (8,7,2). То есть они и являются наиболее оптимальными альтернативами в данном случае.